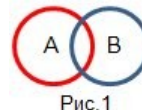


Значение логического выражения (ОГЭ, задание 2)

Справочная информация

Для максимально быстрого и однозначно верного решения задач будем придерживаться принципа: чем меньше вычислений и другой работы мы делаем, тем меньше вероятность появления ошибок в результате.

Для более наглядного отображения логических отношений между множествами точек A и B будем использовать геометрическую схему в виде кругов Эйлера.



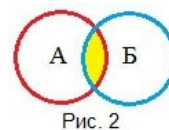
Точка принадлежит множеству A , если она находится внутри круга, его ограничивающего, что записывается в виде $A=1$ (истина), иначе $A=0$ (ложь).

Правил при получении результатов выполнения логических операций много, а исключения всего два, поэтому и будем решать задачи при их использовании.

Результатом применения логических операций могут быть только **истина (1)** или **ложь (0)**.

Существуют всего три базовые логические операции, при помощи которых строятся логические выражения: **НЕ**, **И** и **ИЛИ**.

- **НЕ: отрицание (инверсия)**. Обозначается знаком \neg , например, $\neg A$. Результат применения: $\neg 1 = 0$, $\neg 0 = 1$, т.е. истина превращается в ложь, а ложь – в истину. Будем говорить, что операция **НЕ** (\neg) **переворачивает результат (значение)**.
- **И: конъюнкция (логическое умножение)**. Обозначается знаками \wedge либо $\&$, (например, $A \wedge B$ либо $A \& B$). Результатом выполнения конъюнкции служит пересечение множеств A и B (на рис.2 выделено желтым цветом). При этом точка принадлежит пересечению множеств A и B , если она принадлежит одновременно обоим множествам: $A \& B = 1$ при $A=1$ и $B=1$. Во всех остальных случаях в результате применения выражения **И** получаем ложь. Т.о., исключение № 1: «И» правда, когда все части выражения правда.
- **ИЛИ: дизъюнкция (логическое сложение)**. Обозначается \vee (например, $A \vee B$). Результатом выполнения конъюнкции служит объединение множеств A и B (на рис.3 выделено зеленым цветом). При этом точка не принадлежит объединению множеств A и B , если она не принадлежит ни A , ни B : $A \vee B = 0$ при $A=0$ и $B=0$. Во всех остальных случаях в результате применения выражения **ИЛИ** получаем правду. Т.о., исключение № 2: «ИЛИ» ложно, когда все части выражения ложны.



При вычислении логических выражений следует помнить, что логические операции выполняются в следующем порядке: **НЕ**, **И**, **ИЛИ**. Как и в математике, скобки могут менять последовательность их выполнения.

При этом **любая операция, которая выполняется последней, может поменять результат, а операция НЕ, стоящая перед скобками, переворачивает результат, полученный в скобках**.

Применяя все выше сказанное, **будем вычислять значение логического выражения от последней операции к первой, используя только два исключения и не открывая скобки**.

Рассмотрим решение задач на примерах.

Задача 1.

Для какого из приведённых значений числа X ложно высказывание:

$$\text{НЕ } (X < 5) \text{ ИЛИ } (X < 4) ?$$

- 1) 6 2) 5 3) 4 4) 3

Решение.

Последней операцией при вычислении этого выражения будет ИЛИ, а для нее действует исключение № 2.

Следовательно,

$$\begin{array}{ccccccc} & \text{НЕ } (X < 5) & \text{ИЛИ} & (X < 4) & = & 0 & \\ \text{при} & \underbrace{\hspace{2cm}} & & \underbrace{\hspace{2cm}} & & & \\ & 0 & \text{ИЛИ} & 0 & = & 0 & \end{array}$$

В левой части выражения тоже два действия. Разложим и их по порядку. Последней здесь выполняется операция **НЕ**, которая *переворачивает результат* выполнения действия в скобках. Тогда

$$\begin{array}{ccc} & \text{НЕ } (X < 5) & = 0 \\ \text{при} & \underbrace{\hspace{2cm}} & \\ & \text{НЕ } (1) & = 0 \end{array}$$

Отсюда следует, что выражение в левой скобке соответствует истине, а в правой – лжи (соответственно, при открытии скобок переворачиваем математический знак на противоположный, не забывая и про знак «=»), т.е.

$$4 \leq X < 5$$

Таким образом, правильный ответ указан под номером 3.

Ответ: 3

Задача 2.

Для какого из приведённых значений числа X истинно высказывание:

$$\text{НЕ } (X < 7) \text{ И } (X < 8)?$$

- 1) 5 2) 6 3) 7 4) 8

Решение.

Последней операцией при вычислении этого выражения будет **И**, а для нее действует исключение № 1.

Следовательно,

$$\begin{array}{ccccccc} & \text{НЕ } (X < 7) & \text{И} & (X < 8) & = & 1 & \\ \text{при} & \underbrace{\hspace{2cm}} & & \underbrace{\hspace{2cm}} & & & \\ & 1 & \text{И} & 1 & = & 1 & \end{array}$$

В левой части выражения тоже два действия, разложим и их по порядку. Последней здесь выполняется операция **НЕ**, которая *переворачивает результат* выполнения действия в скобках.

Тогда $\text{НЕ } (X < 7) = 1$
при $\text{НЕ } (0) = 1$

Отсюда следует, что выражение в левой скобке соответствует лжи (соответственно, при открытии скобок переворачиваем математический знак на противоположный, не забывая и про знак «=»), а в правой – истине т.е.

$$7 \leq X < 8$$

Таким образом, правильный ответ указан под номером 4.
Ответ: 4

Задача 3.

Для какого из приведённых имён ложно высказывание:

НЕ ((Первая буква гласная) И (Последняя буква согласная))?

- 1) Вера 2) Степан 3) Анна 4) Иван

Решение.

Запишем задание в виде схемы:

$$\text{НЕ } ((\text{Первая буква гласная}) \text{ И } (\text{Последняя буква согласная})) = 0$$

при $\text{НЕ } (\qquad \qquad \qquad \text{И} = 1 \qquad \qquad \qquad) = 0$

Последней в этом выражении будет выполняться операция **НЕ**, тогда для получения лжи в результате ее выполнения в общих скобках должна быть истина.

Поэтому применим для решения выражения во внутренних скобках исключение № 1:

(Первая буква гласная) И (Последняя буква согласная) = 1

когда обе части выражения истинны, т.е. первая буква имени – гласная, а последняя согласная, что соответствует имени Иван.

Ответ: 4

Задача 4.

Для какого из приведённых чисел ложно высказывание:

(число < 40) ИЛИ НЕ (число чётное) ?

- 1) 137 2) 64 3) 9 4) 8

Решение.

Последней в этом выражении выполняется операция **ИЛИ**, тогда применяем исключение № 2.

Тогда $(\text{число} < 40) \text{ ИЛИ } \text{НЕ } (\text{число чётное}) = 0$
 $0 \quad \quad \quad \text{ИЛИ} \quad \quad \quad \text{НЕ } (1) = 0$

При открытии скобок в левой части выражения меняем знак $<$ на \geq , а в правой части учитываем, что отрицание перед скобкой *переворачивает результат* при ее открытии, т.е. в правой скобке записана истина.

Таким образом, получаем **(число ≥ 40) ИЛИ (число четное)**, что соответствует числу 64.

Ответ: 2

Задача 5.

Для какой из приведённых последовательностей цветных бусин истинно высказывание

(Вторая бусина жёлтая) И НЕ(Четвёртая бусина зелёная) И НЕ(Последняя бусина красная)

К — красный, **Ж** — жёлтый, **С** — синий, **З** — зелёный) ?

1) СЗКЖК

2) ЖЖКСЗК

3) СЖСЗКЗ

4) КЖЗСКС

Решение.

Прежде всего, отметим, что данное выражение составлено из трех последовательных операций **И**, тогда, согласно исключению № 1, истина будет результатом выражения только в случае истинных результатов во всех трех частях выражения. Т.к. перед второй и третьей скобками стоит **НЕ**, то в выражение в этих скобках должно дать в ответе ложь, а в первой скобке – истину, то получаем выражение

(Вторая бусина жёлтая) И (Четвёртая бусина НЕ зелёная) И (Последняя бусина НЕ красная) = 1

Проверяем поочередно варианты ответа по частям данного выражения и вычеркиваем ложные:

Вторая бусина жёлтая: 1) ~~СЗКЖК~~

2) ЖЖКСЗК

3) СЖСЗКЗ

4) КЖЗСКС

Четвёртая бусина НЕ зелёная: 1) ~~СЗКЖК~~

2) ЖЖКСЗК

3) ~~СЖСЗКЗ~~

4) КЖЗСКС

Последняя бусина НЕ красная: 1) ~~СЗКЖК~~

2) ~~ЖЖКСЗК~~

3) ~~СЖСЗКЗ~~

4) КЖЗСКС

находим, что истинным ответом здесь будет вариант 4.

Ответ: 4